

# Les machines thermiques :

## I) Machines thermiques monothermes, dithermes :

### 1) Description d'une machine thermique :

#### Système (ouvert ou fermé) qui subit des cycles de transformation.

- échange de transferts thermiques avec des thermostats.
  - 1 thermostat => machine monotherme
  - 2 thermostats => machine ditherme
- échange de travail mécanique avec des systèmes mécaniques.
  - On compte + ce qui est reçu par S (grandeurs algébriques)
  - En général, les thermostats ont une température constante.
  - Lors du cycle, on aura contact pendant certaines phases avec les organes mécaniques et thermostats.

#### On va s'intéresser à :

- des moteurs  $W_{\text{total}} < 0$
- des machines frigorifiques (utilisation d'un transfert thermique).

### 2) Machine monotherme :

1<sup>er</sup> principe :  $\Delta U_{\text{cycle}} = 0 = W + Q$  ,  $W = -Q$

2<sup>ième</sup> principe :  $\Delta S_{\text{cycle}} = 0 = S_{\text{ech}} + S_{\text{créé}}$

$$0 = \frac{Q}{T_0} + S_{\text{créé}} \quad S_{\text{créé}} \geq 0 \quad , \quad Q \leq 0 \quad .$$

Conclusion : Une machine monotherme ne peut pas fournir de travail (pas de moteur monotherme).

### 3) Machine ditherme :

#### a) Inégalité de Clausius :

1<sup>er</sup> principe sur S,  $\Delta U_{\text{cycle}} = 0 = W + Q_C + Q_F$

$$W = -(Q_F + Q_C)$$

2<sup>ième</sup> principe :

$$\Delta S_{\text{cycle}} = 0 = S_{\text{ech}} + S_{\text{créé}}$$

$$\frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F} + S_{\text{créé}} = 0$$

Si le cycle est réversible,  $\frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F} = 0$

Cycle non réversible :  $\frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F} < 0$

b) Diagramme de Raveau : Fonctionnement général des machines dithermes

1) On trace  $W=0=-Q_F-Q_C$  ,  $Q_C=-Q_F$

Si  $Q_C > -Q_F$  ,  $Q_C+Q_F > 0$  ,  $W < 0 \Rightarrow$  Moteur

Si  $Q_C < -Q_F$  , alors  $W > 0 \Rightarrow$  récepteur.

2) Inégalité de Clausius :

$$\frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F} \leq 0 \quad , \quad Q_C \leq -\frac{T_C}{T_F} Q_F$$

Voir schéma :

Zone 1 : Moteur ditherme.

$W < 0 \Rightarrow$  fournit du travail mécanique

$$Q_C > 0 \quad , \quad Q_F < 0$$

Le système reçoit  $Q_C$  de la source chaude et rejette  $|Q_F|$  vers la source froide.

Zone 2 :

$W > 0 \Rightarrow$  S reçoit du travail mécanique.

$Q_F < 0$ ,  $Q_C > 0$  S fournit du travail à la source froide et reçoit du travail de la source chaude.

$\Rightarrow$  Pas très intéressant, autant faire un contact thermique direct.

Zone 3 :

$W > 0 \Rightarrow$  S reçoit du travail.

$Q_F < 0$ ,  $Q_C < 0$  On fournit du transfert thermique aux deux thermostats.

$\Rightarrow$  Pas très intéressant, autant utiliser deux machines monothermes.

Zone 4 :

$W > 0 \Rightarrow$  S reçoit du travail.

$Q_F < 0$ ,  $Q_C > 0$  On reçoit du transfert thermique de la source froide et on en fournit à la source chaude.

c) Performances d'une machine ditherme :

Moteur / machine frigorifique  $\rightarrow W_{tot} < 0$  récupéré par l'utilisateur.

frigo  $\rightarrow$  transfert thermique  $Q_f$  prélevé à la source froide.

pompe à chaleur  $\rightarrow$  transfert thermique  $Q_c$  restitué à la source chaude.

Il s'agit d'une grandeur intéressante, mais qui coûte de l'énergie.

Moteur  $Q_c$  (apport source chaude = combustion de l'essence).

frigo  $W_{tot}$   $\rightarrow$  travail de la pompe.

Pompe à chaleur  $\rightarrow$  idem

**La performance énergétique est le rapport de la grandeur énergétique utile par la grandeur énergétique qui coûte.**

Moteur  $\rightarrow$  rendement  $\tau = -\frac{W_{tot}}{Q_C}$

Machine frigorifique : efficacité  $e = \frac{-Q_C \text{ ou } Q_F}{W_{tot}}$

## II) Moteur ditherme :

### 1) Cycle de Carnot ou moteur idéal :

S supposé fermé.

On veut un fonctionnement réversible.

- Pour chaque contact thermique avec thermostat => transformations isothermes.
- $W_{tot} < 0$  => cycle parcouru sens horaire.
- Pour fermer le cycle on utilise deux transformation adiabatiques réversibles

#### Cycle de Carnot :

Deux isothermes  $T_c$  et  $T_f$ , deux adiabatiques réversibles.

A -> B détente isotherme réversible.

B -> C détente adiabatique réversible.

C -> D compression isotherme réversible.

D -> A compression adiabatique réversible.

#### Bilan énergétique :

Système : Gaz parfait ( $\gamma$ ) .

A -> B :

$$\Delta U_{A \rightarrow B} = 0 = W_{AB} + Q_{AB} .$$

$$W_{AB} = -Q_{AB} = -Q_C$$

$$W_{AB} = - \int_{V_A}^{V_B} p dV = - \int_{V_A}^{V_B} \frac{nRT_C}{V} dV = nRT_C \ln \frac{V_B}{V_A}$$

B -> C :

$$Q_{BC} = 0 , \Delta U_{B \rightarrow C} = W_{BC}$$

$$C_V(T_F - T_C) = W_{BC}$$

C -> D :

$$W_{CD} = -Q_{CD} = -Q_F = nRT_F \ln \frac{V_C}{V_D}$$

$$Q_F = nRT_F \ln \frac{V_D}{V_C}$$

D -> A :

$$Q_{DA} = 0$$

$$\Delta U_{D \rightarrow A} = W_{DA} = C_V(T_C - T_f)$$

Par ailleurs.

B -> C :

$$PV^\gamma = cste$$

$$T V^{\gamma-1} = cste$$

D -> A :

$$T_C V_B^{\gamma-1} = cste$$

$$T_F V_D^{\gamma-1} = T_C V_A^{\gamma-1}$$

$$\frac{V_C}{V_D} = \frac{V_B}{V_A}$$

$$\text{d'où } -\frac{Q_F}{nRT_F} = \frac{Q_C}{nRT_C} , \frac{Q_F}{T_F} + \frac{Q_C}{T_C} = 0 , \text{ égalité de Clausius.}$$

=> Cycle réversible ( $S_{créé} = 0$ ).

**Rendement :**  $r = -\frac{W_{tot}}{Q_C}$

$$W_{tot} + Q_C + Q_F = \Delta U_{cycle} = 0$$

$$W_{tot} = -(Q_C + Q_F)$$

$$r = \frac{Q_C + Q_F}{Q_C} = 1 + \frac{Q_F}{Q_C}$$

$$r = 1 - \frac{T_F}{T_C} \leq 1$$

**Rendement de Carnot :**  $r_C = 1 - \frac{T_F}{T_C}$

**2) Moteur quelconque :**

$$0 = \Delta U_{cycle} = W_{tot} + Q_C + Q_F$$

$$0 = \Delta S_{cycle} \geq \frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F}$$

$$W_{tot} = -Q_C - Q_F$$

$$Q_F \leq -\frac{T_F}{T_C} Q_C$$

$$r = -\frac{W_{tot}}{Q_C} = 1 + \frac{Q_F}{Q_C}$$

$$r \leq 1 - \frac{T_F}{T_C}$$

**Théorème de Canot :**

Tous les moteurs fonctionnant de manière réversible entre deux thermostats  $T_C, T_F$  ont le même rendement appelé rendement de Carnot.  $r_C = 1 - \frac{T_F}{T_C}$

Les moteurs fonctionnant entre les deux même thermostats de manière irréversible ont un rendement  $r < r_{Carnot}$ .

**Remarque :** Lien avec la création d'entropie.

$$S_{créé} = \Delta S_{cycle} - S_{ech} = -\left(\frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F}\right)$$

$$\frac{Q_F}{Q_C} = -\frac{T_F S_{créé}}{Q_C} - \frac{T_F}{T_C}$$

$$r = 1 - \frac{T_F}{T_C} - \frac{T_F}{Q_C} S_{créé}$$

$$r - r_{Carnot} = -\frac{T_F}{Q_C} S_{créé}$$

### Moteur à explosion :

Système réel : mélange air + essence subissant une réaction chimique et donc changeant de nature  
-> gaz brûlés.

Hypothèse : S = air, gaz parfait évoluant en système fermé, réaction chimique modélisée par un thermostat (Qc).

Exercice :  $\frac{V_{max}}{V_{min}} = \alpha$  , déterminer le rendement du cycle de Beau de Rochas.

### III) Exemples de machines dithermes réceptrices :

#### 1) Machine frigorifique :

But : fournir un travail  $W > 0$ . Pour prendre  $Q_F$  à la source froide.

Efficacité :  $e = \frac{Q_F}{W_{tot}}$

$$\Delta U_{cycle} = 0 = W + Q_C + Q_F$$
$$\Delta S_{cycle} = 0 \geq \frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F}$$
$$W_{tot} = -Q_C - Q_F$$
$$e = \frac{Q_F}{-Q_C - Q_F} = \frac{1}{-\frac{Q_C}{Q_F} - 1}$$

$$\frac{Q_C}{Q_F} \leq -\frac{T_C}{T_F}$$

$$-\frac{Q_C}{Q_F} - 1 \geq \frac{T_C}{T_F} - 1$$

$$e \leq \frac{1}{\frac{T_C}{T_F} - 1} = \frac{T_F}{T_C - T_F}$$

**Théorème de Carnot : Une machine frigorifique fonctionnant de manière réversible a une efficacité de Carnot  $e_C = \frac{T_F}{T_C - T_F}$  , fonctionnement irréversible :  $e < \frac{T_F}{T_C - T_F}$  .**

#### Fonctionnement des machines frigorifiques :

Système : fluide frigorigène qui subit des changements d'état.

$$e = -\frac{Q_C}{W_{tot}}$$
$$W_{tot} = -Q_C - Q_F$$
$$e = \frac{-Q_C}{-Q_C - Q_F} = \frac{1}{\frac{Q_F}{Q_C} + 1}$$

$$\frac{Q_C}{Q_F} \leq -\frac{T_C}{T_F}$$

$$-\frac{Q_F}{Q_C} \leq \frac{T_F}{T_C}$$

$$-\frac{Q_F}{Q_C} - 1 \leq \frac{T_F}{T_C} - 1$$

$$e \leq \frac{T_C}{T_C - T_F}$$

**Théorème de Carnot :** Une pompe à chaleur fonctionnant de manière réversible a une efficacité de Carnot  $e_C = \frac{T_C}{T_C - T_F}$ , fonctionnement irréversible.  $e < \frac{T_C}{T_C - T_F}$

#### IV) Machines avec écoulement (système ouvert) :

##### 1<sup>er</sup> principe :

$$\Delta U + \Delta E_{C_{\text{macro}}} + \Delta E_{P_{\text{macro}}} = W + Q$$

Cas où  $E_{P_{\text{macro}}} = mgz$

$$E_{C_{\text{macro}}} = \frac{1}{2} m c^2 \quad c : \text{vitesse d'écoulement du fluide.}$$

Évolution entre t et t + dt en régime permanent.

Bilan de matière.

$$m_{S(t+dt)} - m_{S(t)} = 0$$

$$m_{V_C(t)} = m_{V_C(t+dt)}$$

$$m_{\delta V_e} = m_{\delta V_s}$$

$$m_{\delta V_e} = Dm dt = m_{\delta V_s}$$

Dm masse circulant dans le circuit par unité de temps.